ГЛАВА 2.

ТЕРМООПТИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ЗВУКА НЕПОДВИЖНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ЛУЧОМ

МЕТОД ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ

Взаимодействие свободных акустических и тепловых волн является слабым ввиду сильного различия их волновых векторов. Поэтому эффективное возбуждение акустических волн тепловыми возможно тогда, когда тепловые волны движутся относительно среды с околозвуковой скоростью. Это реализуется только для вынужденных тепловых волн.

Проблема возбуждения акустических волн тепловыми в неподвижных средах рассматривалась в основном в связи с возбуждением звука электромагнитным излучением. По-видимому впервые этого рода задача была решена Даниловской [10], однако причина, вызвавшая нагрев поверхности, не рассматривалась. Дальнейшее развитие теории теплопроводящего деформируемого тела было выполнено в работах, упомянутых в главе 1. Первое решение задачи о возбуждении акустической волны за счет нагрева среды электромагнитной волной было приведено, по-видимому, в [11,12]. Основные результаты дальнейших работ в этом направлении отражены в монографиях [8,13-17].

Центральной проблемой любой из задач теплового возбуждения звука является выявление связи спектра (или формы) акустического сигнала со спектром интенсивности излучения и характеристиками среды. По-видимому наиболее простым и наглядным является использование в этих целях спектрального метода.

Пусть объемная плотность тепловыделения, обусловленного внешними источниками (поглощением излучения) описывается функцией $Q(\mathbf{r},t)$. Тогда в рамках приближения уравнения диффузии тепла достаточно использовать модель несвязанной задачи термоупругости (ср. с (1.20), (1.21)):

$$\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2} - c_i^2 \Delta\varphi_i - \frac{b_i}{\rho_i}\frac{\partial}{\partial t}\Delta\varphi_i + \frac{c_i^2 \beta_i T_0}{c_{pi}}\frac{\partial s_i'}{\partial t} = 0, \qquad (2.1)$$

$$Q(\mathbf{r},t) \qquad (2.2)$$

где $b = \xi + \frac{4}{3}\eta + (\gamma - 1)\rho_0\chi$ - коэффициент высокочастотной диссипации. В качестве граничных условий достаточно взять соответственно (1.38)-(1.41) и (1.44)-(1.45). Эти уравнения будут основными в дальнейшем анализе акустического приближения (гл.2).

§ 2.1. ТЕРМООПТИЧЕСКОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ПЛОСКИХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ЖИДКОСТИ

Рассмотрим вначале одномерную задачу. Пусть ось z направлена в глубь поглощающей излучение среды и граница раздела есть плоскость $z=0$ (см. рис.2.1). Тогда распределение источников тепла описывается выражением

$$Q = -\,div\langle\mathbf{s}\rangle = \alpha(z)\exp\left(-\int_0^z \alpha(\xi)\,d\xi\right) I_0(t) = -g(z)\,I_0(t), \qquad (2.3)$$

где $\langle\mathbf{s}\rangle$ - вектор потока энергии излучения, $\alpha(z)$ - коэффициент поглощения излучения, $I_0(t)$ - зависимость от времени интенсивности излучения, прошедшего в среду.

В рамках несвязанной задачи термоупругости тепловая задача решается независимо. Для спектральной плотности энтропии

$$\tilde{s}_1 = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} s_1(t,z)\,dt \tag{2.4}$$

и

$$\hat{s}_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} dt \int_{0}^{+\infty} dz\, e^{i\omega t - pz} s_2(t,z) \tag{2.5}$$

решение задачи имеет вид

$$T_0 \tilde{s}_1 = \frac{c_{p1}}{c_{p2}} \frac{c_{p2}\, \hat{Q}\left(\omega, \sqrt{-i\omega/\chi_2}\right)}{\sqrt{-i\omega}\left(\frac{\kappa_2}{\sqrt{\chi_2}} + \frac{\kappa_1}{\sqrt{\chi_1}}\right)} \quad e^{\sqrt{-i\omega/\chi_1}\, z}\,, \tag{2.6}$$

$$T_0 \hat{s}_2 = \frac{\left(p^2 + i\frac{\omega}{\chi_2}\right)^{-1}}{\rho_2 \chi_2}\left[\hat{Q}(\omega, p) + \frac{\hat{Q}\left(\omega, \sqrt{-i\omega/\chi_2}\right)\left(\frac{\kappa_1}{\kappa_2}\sqrt{\frac{\chi_2}{\chi_1}} + \frac{p}{\sqrt{-i\omega/\chi_2}}\right)}{\frac{\kappa_1}{\kappa_2}\sqrt{\frac{\chi_2}{\chi_1}} + 1}\right] \tag{2.7}$$

Здесь $\mathrm{Re}\left(\sqrt{i\omega/\chi}\right) \geq 0$, а плотность $\hat{Q}$ выражается аналогично (2.5). В среде "1" источники тепла отсутствуют, так как она предполагается прозрачной.

Распределение тепловых потоков между средами определяется в одномерном случае соотношением тепловых активностей

$$R_T = \frac{\kappa_1}{\kappa_2}\sqrt{\frac{\chi_2}{\chi_1}}\,. \tag{2.8}$$

Если $R_T \ll 1$ (теплопроводность прозрачной среды мала по сравнению с теплопроводностью поглощающей), то поверхность практически теплоизолирована и

$$T_0 \hat{s}_2\Big|_{(R_T=0)} = \frac{\left(p^2 + i\frac{\omega}{\chi_2}\right)^{-1}}{\rho_2 \chi_2}\left(\hat{Q}(\omega, p) + \frac{p}{\sqrt{-i\omega/\chi_2}}\,\hat{Q}\left(\omega, \sqrt{-i\omega/\chi_2}\right)\right).$$

В обратном случае $R_T \gg 1$ температура поверхности не меняется и

$$T_0\hat{s}_2\Big|_{(R_T=\infty)}=\frac{\left(p^2+i\dfrac{\omega}{\chi_2}\right)^{-1}}{\rho_2\chi_2}\left(\hat{Q}(\omega,p)+\hat{Q}\left(\omega,\sqrt{-i\omega/\chi_2}\right)\right).$$

Из этих формул следует, что в общем случае

$$T_0\hat{s}_2=\frac{T_0\hat{s}_2\,(R_T=0)+R_T\,T_0\hat{s}_2\,(R_T=\infty)}{1+R_T}.$$

Аналогичное соотношение имеет место и для $\tilde{s}_1$. Таким образом спектр энтропии в плоском случае есть взвешенная сумма спектров при теплоизолированной и фиксированной поверхности, где в качестве веса выступает отношение тепловых активностей.

Для неподвижных источников их спектр $\hat{Q}(\omega,p)$ в соответствии с (2.3), (2.5) факторизуется на временную и пространственную составляющие

$$\hat{Q}(\omega,p)=\tilde{I}_0(\omega)\,\hat{g}(p).$$

Поэтому спектры тепловых полей (2.6), (2.7) всегда пропорциональны спектру модуляции интенсивности излучения

$$\hat{s}_{1,2}\ \sim\ \tilde{I}_0(\omega).$$

Коэффициент пропорциональности определяется спектром пространственного распределения интенсивности $\hat{g}(p)$ и характеристиками сред.

Спектр пространственного распределения источников $\hat{g}(p)$ спадает при $p\to\infty$ и диапазон, в котором он отличен от нуля определяется коэффициентом поглощения излучения α (2.3). Поэтому если α не слишком велик ($\alpha\ll c_2/\chi_2$, что соответствует $\alpha<10^4$ см$^{-1}$ для большинства сред, см. §1.2), то в широком диапазоне частот (практически это весь ультразвуковой диапазон частот) можно считать $\hat{Q}\left(\omega, \sqrt{-i\omega/\chi_2}\right)=0$. Данное приближение соответствует пренебрежению теплопроводностью сред и дает только вынужденное тепловое поле

$$T_0 \hat{s}_2 = \frac{\hat{Q}(\omega, p)}{i\omega\rho_2}. \tag{2.9}$$

Им мы будем пользоваться в первых двух параграфах данной главы.

В одномерном приближении тепловой волной возбуждается только продольная акустическая волна. Выражение для спектральной плотности колебательной скорости имеет вид (в пределах зоны возбуждения можно, очевидно, пренебрегать диссипативными слагаемыми, иначе волна не выйдет из области тепловыделения):

$$\tilde{\varphi}_1 = -\frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{\beta_2 c_2}{c_{p2}} \frac{T_0 \hat{s}_2(\omega, -i\omega/c_2)}{1+N_a} e^{-i\omega z/c_1}, \tag{2.10}$$

$$\tilde{\varphi}_2 = \frac{-i\omega/c_2}{p^2+\omega^2/c_2^2} \frac{\beta_2 c_2}{c_{p2}} T_0 \left[\hat{s}_2(\omega, p) - \hat{s}_2(\omega, -i\omega/c_2) \frac{N_a - pc_2/i\omega}{1+N_a} \right], \tag{2.11}$$

где $N_a = \rho_2 c_2 / \rho_1 c_1$ - относительный импеданс поверхности, поглощающей излучение среды. Так же, как и для тепловых волн, для акустических имеет место соотношение

$$\varphi_i = \frac{\varphi_i(N_a=0) + N_a \varphi_i(N_a=\infty)}{1+N_a}, \tag{2.12}$$

показывающее, что спектр акустической волны при импедансной границе есть взвешенная сумма спектров при жесткой $\left(N_a=0\right)$ и мягкой $\left(N_a=\infty\right)$ границах, где в качестве веса выступает отношение акустических импедансов сред N_a.

Акустическая волна в прозрачной среде $\tilde{\varphi}_1$ представляет собой бегущую от границы собственную волну. В пренебрежении теплопроводностью тепловое поле в этой среде отсутствует. В поглощающей среде акустическая волна $\hat{\varphi}_2$ состоит из двух составляющих: вынужденной волны и собственной волны, убегающей от границы. Вне области тепловыделения существует лишь собственная волна

$$\tilde{\varphi}_{2+} = \frac{\beta_2 c_2}{2 c_{p2}} T_0 \left[\hat{s}_2(\omega, i\omega / c_2) + \frac{1 - N_a}{1 + N_a} \hat{s}_2(\omega, -i\omega / c_2) \right] e^{i\omega z / c_2} . \qquad (2.13)$$

Так как в случае неподвижных относительно среды источников временной и пространственный спектры $\hat{s}_2$ факторизуются, то спектр бегущей акустической волны пропорционален спектру модуляции интенсивности излучения, где коэффициент пропорциональности определяется спектром пространственного распределения тепла.

В случае слаботеплопроводящих сред (сравнительно высокие частоты модуляции $c_2^2 / \chi_2 >> \omega > \alpha^2 \chi_2$) спектр теплового поля $\hat{s}_2$ пропорционален спектру источников (2.9) и с учетом (2.3)

$$\tilde{\varphi}_{2+} = \frac{\beta_2 c_2}{2 i \omega \rho_2 c_{p2}} \tilde{I}_0(\omega) \left[\hat{g}(i\omega / c_2) + \frac{1 - N_a}{1 + N_a} \hat{g}(-i\omega / c_2) \right] e^{i\omega z / c_2} .$$

Поскольку экспериментально регистрируется не потенциал колбательной скорости, а она сама, либо возмущения давления или плотности, то для определенности выпишем спектр колебательной скорости

$$\tilde{v}_{2+} = \frac{\beta_2}{2 \rho_2 c_{p2}} \tilde{I}_0(\omega) \left[\hat{g}(i\omega / c_2) + \frac{1 - N_a}{1 + N_a} \hat{g}(-i\omega / c_2) \right] e^{i\omega z / c_2} . \qquad (2.14)$$

Аналогичное соотношение имеет место и для волны в прозрачной среде:

$$\tilde{v}_1 = \frac{N_a}{1 + N_a} \frac{\beta_2}{\rho_2 c_{p2}} \tilde{I}_0(\omega) \hat{g}(-i\omega / c_2) e^{-i\omega t - i\omega z / c_1} \qquad (2.15)$$

(в пренебрежении теплопроводностью здесь существует чисто бегущая волна).

Обратное преобразование Фурье выражений (2.14), (2.15) дает

$$v_{2+}\left(\tau_{+}=t-z/c_2\right)=\frac{1}{(2\pi)^2}\frac{\beta_2}{2\rho_2 c_{p2}}\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega e^{-i\omega\tau_{+}}\,\tilde{I}_0(\omega)\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega z/c_2}\,g_2^c(z)\,dz, \quad (2.16)$$

$$v_1\left(\tau_{-}=t+z/c_1\right)=\frac{N_a}{1+N_a}\frac{1}{(2\pi)^2}\frac{\beta_2}{2\rho_2 c_{p2}}\times$$
$$\times\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega e^{-i\omega\tau_{-}}\,\tilde{I}_0(\omega)\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega z/c_2}\,g_1^c(z)\,dz, \quad (2.17)$$

где

$$g_2^c(z)=\begin{cases} g(z), & z\geq 0;\\ \dfrac{1-N_a}{1+N_a}\,g(-z), & z<0;\end{cases} \quad (2.18)$$

$$g_1^c(z)=\begin{cases} g(z), & z\geq 0;\\ 0, & z<0;\end{cases} \quad (2.19)$$

продолжение на область $z<0$ распределения источников.

Таким образом, спектр возбуждаемой тепловым механизмом акустической волны (в сопровождающей системе координат) есть произведение спектра модуляции источников тепла $\tilde{I}_0(\omega)$ и передаточной функции, которая есть спектр продолженного распределения источников тепла ($v=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t}\,\tilde{v}(\omega)\,d\omega$):

$$\tilde{v}_{2+}=\tilde{I}_0(\omega)K_2(\omega), \qquad \tilde{v}_1=\tilde{I}_0(\omega)K_1(\omega). \quad (2.20)$$

Вид передаточных функций K_1, K_2 легко устанавливается сравнением (2.20) с (2.16), (2.17).

В частном случае однородно поглощающей среды $\alpha = const$ и

$$g(z) = \alpha e^{-\alpha z}$$

передаточная функция имеет вид:

$$K_2(\omega) = \frac{\beta_2}{\rho_2 c_{p2}} \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2 / c_2^2} \frac{\alpha - i\frac{\omega}{c_2} N_a}{1 + N_a}, \tag{2.21}$$

$$K_1(\omega) = \frac{N_a}{1 + N_a} \frac{\beta_2}{\rho_2 c_{p2}} \frac{\alpha}{\alpha - i\omega / c_1}. \tag{2.22}$$

Как уже говорилось выше, передаточная функция для импедансной границы есть взвешенная сумма передаточных функций при закрепленной $(N_a = 0)$ и свободной $(N_a = \infty)$ границах:

$$K_{20}(\omega) = \frac{\beta_2}{\rho_2 c_{p2}} \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + \omega^2 / c_2^2}, \qquad K_{2\infty}(\omega) = \frac{\beta_2}{\rho_2 c_{p2}} \frac{-i\omega\alpha / c_2}{\alpha^2 + \omega^2 / c_2^2},$$

$$K_{10}(\omega) = 0, \qquad K_{1\infty}(\omega) = \frac{\beta_2}{\rho_2 c_{p2}} \frac{\alpha}{\alpha - i\omega / c_1}.$$

Модули этих передаточных функций приведены на рис.2.2. Из них видно, что при $\omega < \alpha c_2$ тепловое возбуждение звука в поглощающей среде идет более эффективно при закрепленной границе, а при $\omega > \alpha c_2$ - при свободной. Характерная частота

$$\omega_a = \alpha c_2$$

имеет простой физический смысл - на этой частоте волновой вектор звука равен коэффициенту поглощения излучения. В прозрачной среде, если она существенно более жесткая, нежели поглощающая $(N_a = 0)$, звук не возбуждается. А при свободной границе эффективность возбуждения спадает с ростом частоты и полоса эффективно возбуждаемых частот определяется величиной αc_1.

Передаточные функции позволяют легко рассчитать временную форму, возбуждаемых звуковых волн. Из (2.16), (2.17) очевидно, что она будет определяться сверткой зависимости интенсивности излучения от времени и продолженным распределением источников

$$v_2(\tau_+)=\frac{\beta_2}{2\rho_2 c_{p2}}\int_{-\infty}^{+\infty} g_2^c(z')\, I_0\left(\tau_+ +\frac{z'}{c_2}\right)dz', \tag{2.23}$$

$$v_1(\tau_-)=\frac{\beta_2}{2\rho_2 c_{p2}}\frac{N_a}{1+N_a}\int_{-\infty}^{+\infty} g_1^c(z')\, I_0\left(\tau_- +\frac{z'}{c_2}\right)dz'. \tag{2.24}$$

Так для коротких импульсов излучения $(\alpha c_2 \tau_L \ll 1)$ временные формы акустических волн повторяют пространственные распределения источников тепла.

$$v_2(\tau_+)=\frac{\beta_2 c_2 E_0}{2\rho_2 c_{p2}} g_2^c(-c_2\tau_+).$$

$$v_1(\tau_-)=\frac{\beta_2 c_2 E_0}{\rho_2 c_{p2}}\frac{N_a}{1+N_a}\; g_1^c(-c_2\tau_-),$$

где E_0 - плотность поглощенной энергии излучения.

Для длинных импульсов $(\alpha c_2 \tau_L \gg 1)$ профиль волны в прозрачной среде повторяет зависимость интенсивности от времени

$$v_1(\tau_-)=\frac{\beta_2}{\rho_2 c_{p2}}\frac{N_a}{1+N_a}\; I_0(\tau_-).$$

В поглощающей среде форма волны определяется в этом случае суммой

$$v_2(\tau_+)=\frac{\beta_2}{\rho_2 c_{p2}}\frac{1}{1+N_a}\left(I_0(\tau_+)+\frac{N_a}{c_2}\frac{dI_0(\tau_+)}{dt}\int_{-\infty}^{+\infty} z' g(z')\,dz'\right).$$

Поэтому при жесткой границе $(N_a=0)$ она повторяет зависимость от времени интенсивности излучения, а при свободной $(N_a=\infty)$ - ее производной.

Профили возбуждаемых термически в однородно поглощающей среде акустических импульсов приведены на рис.2.3 для случаев жесткой (а) и свободной (б) границы: $v_a = \alpha\beta_2 c_2 E_0 / 2\rho_2 c_{p2}$. Цифры у кривых - значение параметра $\alpha c_2 \tau_L$, форма импульса излучения - гауссова. Видно как зависимость скорости от времени переходит от g_2^c (при $\alpha c_2 \tau_L << 1$) к повторяющей форму импульса излучения (при $\alpha c_2 \tau_L >> 1$) для жесткой границы (а) или ее производной - для свободной границы (б).

Легко показать, что при свободной границе форма волны v_2 есть производная формы волны для жесткой границы. Это следует из связи (2.21):

$$K_{2\infty}(\omega) = -\frac{i\omega}{\alpha c_2} K_{20}(\omega).$$

Поэтому

$$v_{2\infty}(\tau_+) = \frac{1}{\alpha c_2} \frac{d v_{20}(\tau_+)}{d\tau_+}.$$

Соответственно в случае импедансной границы

$$v_2(\tau_+) = (1 + N_a)^{-1} \left(v_{20}(\tau_+) + \frac{N_a}{\alpha c_2} \frac{d v_{20}}{d\tau_+} \right).$$

Практические применения полученных выше соотношений для целей диагностики будут обсуждаться ниже в главе 4.