

§ 3.2. ВЛИЯНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ НА ЛАЗЕРНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ЗВУКА

При тепловом возбуждении звука, как мы видели выше, проявление тепловой нелинейности сводилось к появлению дополнительных, нелинейных по температуре, слагаемых в правых частях уравнений. Сами уравнения возбуждения звука оставались линейными. Существенно сложнее для анализа случай акустической нелинейности, то есть зависимости акустических параметров среды от текущего значения давления или плотности. Это соответствует учету следующих, квадратичных по ρ' , слагаемых в уравнениях состояния (1.5), (1.6). Однако в силу слабости связи тепловых и акустических волн, акустическая нелинейность в калорическом уравнении состояния (1.6) приведет лишь к поправкам в правой части уравнений возбуждения звука (2.1), которые в принципе могут быть учтены методом возмущения. Остановимся поэтому лишь на нелинейных членах методом состояния (1.5):

$$p = p_0 + c_0^2 \rho' + \frac{\rho_0 c_0^2 \beta T_0 s'}{c_p} + \left(\frac{d c_0^2}{d \rho} \right)_s \frac{\rho'^2}{2}. \quad (3.10)$$

Последнее слагаемое в (3.10) описывает зависимость скорости звука от его амплитуды^[9,21] и выражается как

$$\left(\frac{d c_0^2}{d \rho} \right)_s = \frac{c_0^2}{\rho_0} 2(\varepsilon - 1), \quad (3.11)$$

где ε – параметр акустической нелинейности.

Поскольку проявления акустической нелинейности следует ожидать при малых глубинах тепловыделения, ограничимся одномерным приближением задачи. Кроме того, имеет смысл рассматривать в первую очередь нетеплопроводящие среды

($\omega \gg \alpha^2 \chi$), поскольку в обратном случае область возбуждения звука акустически тонкая и трудно ожидать в ней заметного проявления нелинейных акустических эффектов. С учетом этих приближений можно получить следующее уравнение, описывающее возбуждение акустических волн тепловыми [22]:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = c_0^2 \left(1 - 2\varepsilon \frac{\partial \xi}{\partial z} \right) \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} - \frac{c_0^2 \beta T_0}{c_p} \frac{\partial s'}{\partial x}. \quad (3.12)$$

Здесь ξ – смещение частиц, то есть $v = \partial \xi / \partial t$.

Как уже указывалось выше, даже на границе испарения число Маха возбуждаемой акустической волны не превышает $10^{-2} \div 10^{-1}$, поэтому нелинейная добавка к скорости остается относительно малой. Соответственно заметного проявления акустических нелинейных эффектов в области возбуждения можно ожидать только при максимально возможных амплитудах возмущений. Поэтому анализ уравнения (3.12) проводился для условий эффективного возбуждения звука ($\alpha c_0 \tau_L = 2$) и высоких плотностей энерговыделения ($\alpha \beta E_0 / \rho_0 c_p \sim 10^{-2}$).

Решение задачи о тепловом возбуждении звука с учетом конечности амплитуды возбуждаемой волны было проведено численно в [22,23]. На рис.3.5, 3.6 представлены временные зависимости колебательной скорости и плотности в области тепловыделения с учетом акустической нелинейности и в линейном приближении при жесткой и свободной границах. Как видно, различие в форме и амплитуде сигнала, формирующегося на границе области тепловыделения ($\alpha z \approx 3 \div 5$) в линейном случае и с учетом акустической нелинейности, мало. Постоянная составляющая

плотности, сохраняющаяся в области $\alpha z < 3$ соответствует постоянному нагреву, который, вследствие медленности термодиффузии, спадает за значительно более продолжительные отрезки времени.

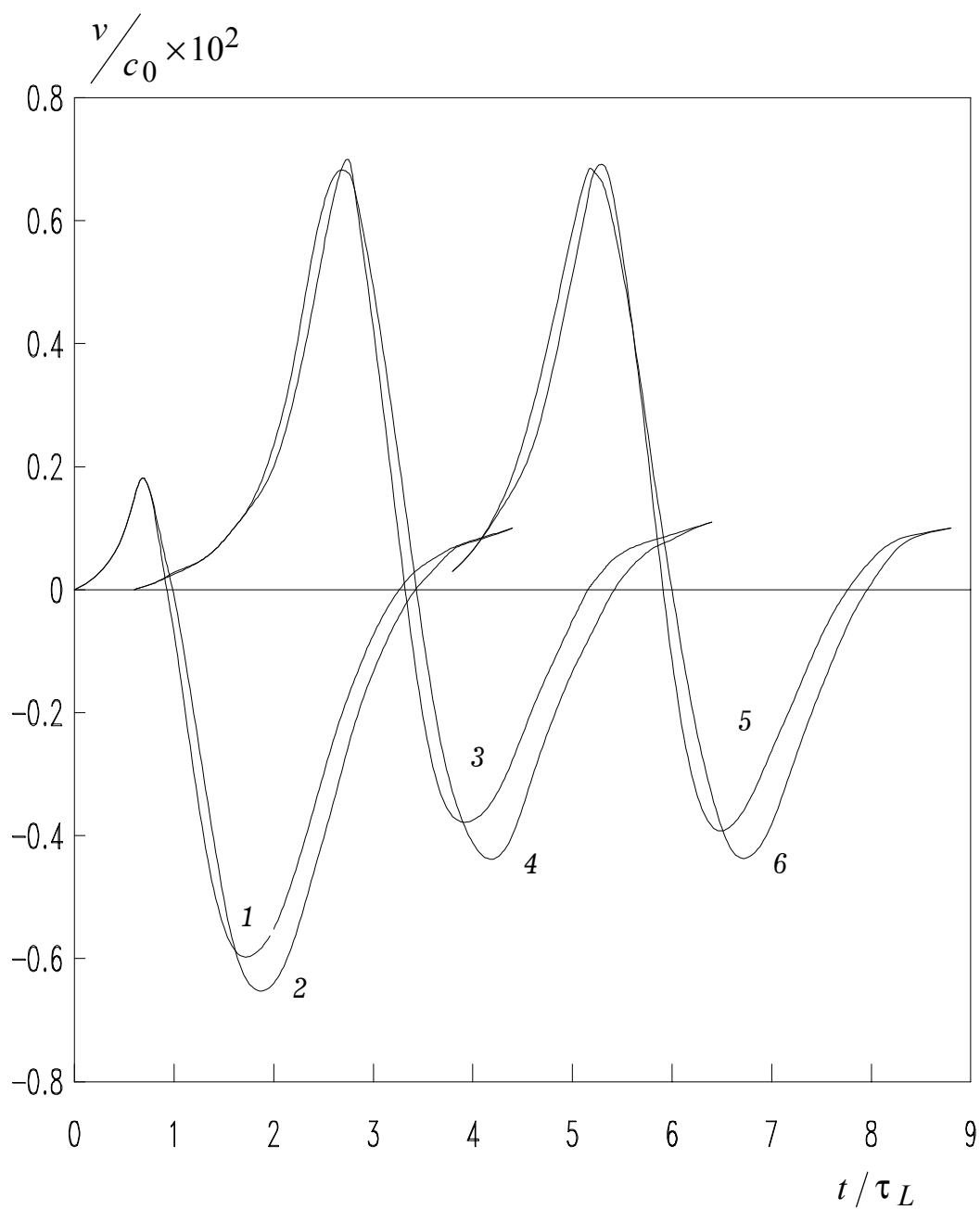


Рис.3.5. Зависимость от времени колебательной скорости в сечениях αz : 1,2 - 0.5; 3,4 - 5; 5,6 - 10 для нелинейной (1,3,5) и линеаризованной (2,4,6) задачи.

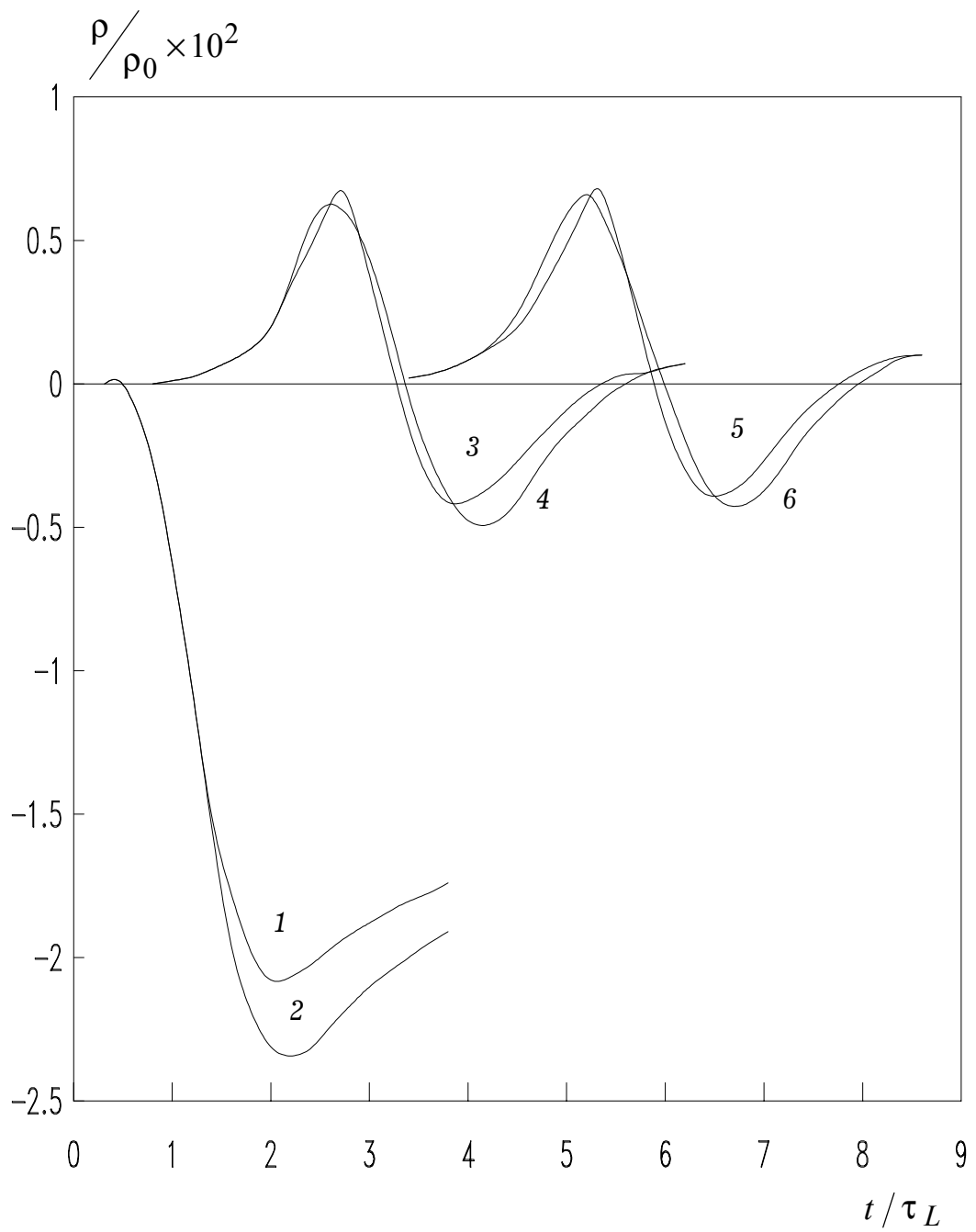


Рис.3.6. Зависимость от времени плотности в сечениях αz : 1,2 - 0,5; 3,4 - 5; 5,6 - 10 для нелинейной (1,3,5) и линеаризованной (2,4,6) задачи.

Учет нелинейности приводит к различию в постоянных составляющих плотности в области тепловыделения и характерному нелинейному искажению профиля бегущей волны в области $\alpha z > 5$. Представленные результаты показывают, что взаимодействие встречных акустических волн в области тепловыделения не проявляется существенным образом и может не учитываться. Таким образом, остается лишь учет взаимодействия попутных акустических волн. Ввиду выше сказанного, возможно упрощение уравнения (3.12) и сведение его к неоднородному уравнению типа Бюргера:

$$\frac{1}{c_0} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\varepsilon}{c_0^2} v \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\beta}{2\rho_0 c_p} I_0(t) g^c(z), \quad (3.13)$$

где функция $g^c(z)$ продолжена на область $z < 0$ четным или нечетным образом соответственно для жесткой или свободной границы

Уравнение (3.13), в отличие от (3.12), определено на всей оси z и характер граничных условий учитывается в линейном приближении соответствующим продолжением функции источников на отрицательную полуось z (см. §2.1). Выделение только одной бегущей волны по сравнению с уравнением (3.12) позволяет учесть только попутное взаимодействие акустических волн. На рис.3.7 представлены профили бегущей волны ($\alpha z = 10$), полученные при решении полной (3.12), упрощенной (3.13) и линейной задач. Как видно, уравнение (3.13) достаточно хорошо описывает исследуемые процессы. В то же время, его численный анализ существенно легче, требует меньшего объема вычислений для достижения необходимой точности, нежели для уравнения (3.12).

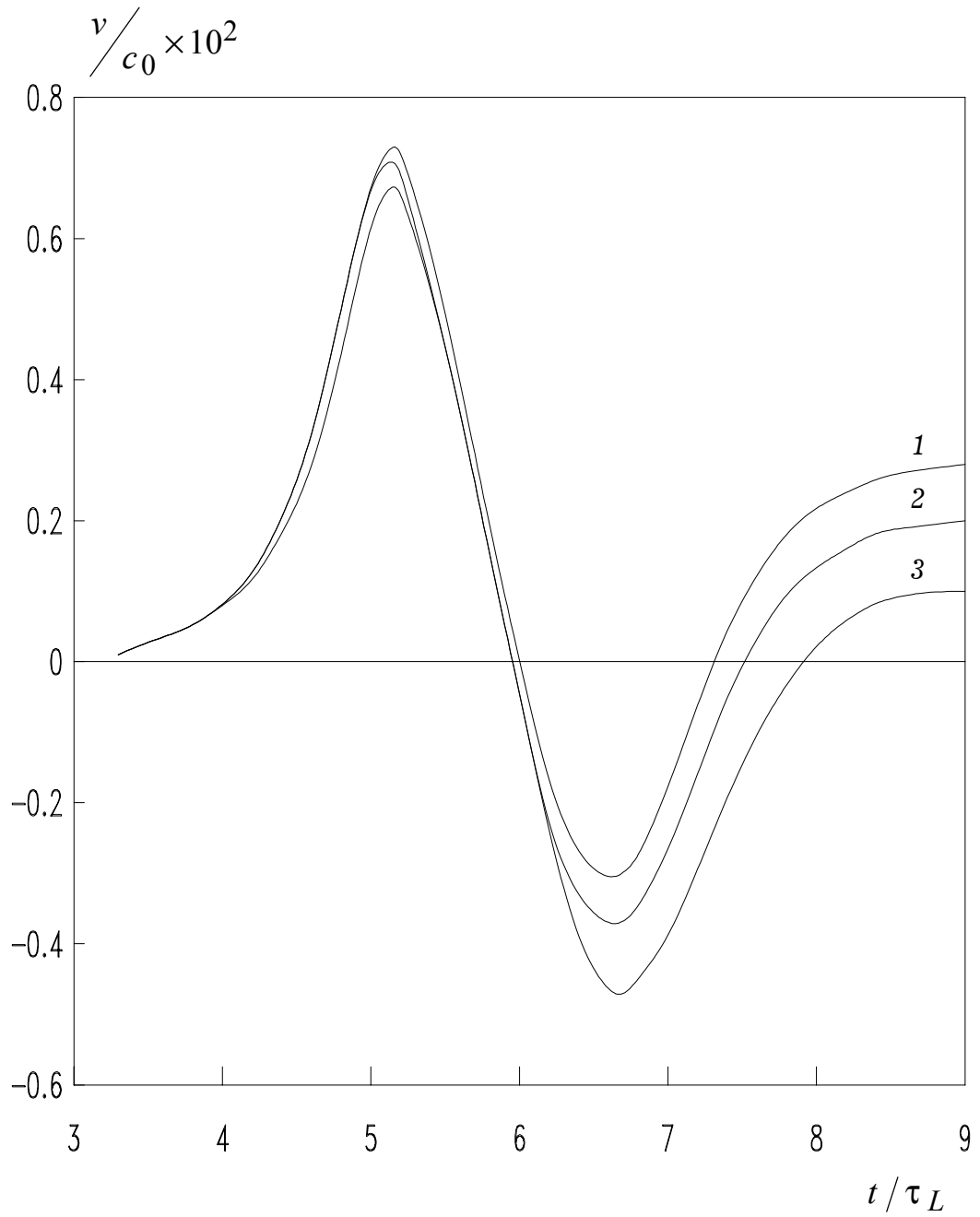


Рис.3.7. Решение линейной (3), нелинейной (1) и модельного неоднородного уравнения Бюргерса (2) на границе области тепловыделения $\alpha z = 10$.

Приведенные данные показывают, что в целом акустическая нелинейность не оказывает существенного влияния на процесс теплового возбуждения звука (вплоть до границы фазового перехода). Ее учет может быть проведен с помощью модельных представлений на основе уравнений эволюционного типа.

$$\alpha L_{DF} \gg 1.$$