# ГЛАВА 4.

## ЛАЗЕРНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В ДВИЖУЩИХСЯ СРЕДАХ.

При неподвижных относительно среды источниках тепла акустическая нелинейность проявляется фактически только вне области тепловыделения, что связано с накапливающимся характером нелинейных искажений. В случае движущихся относительно среды источников тепла ситуация может измениться кардинальным образом. Если скорость их движения близка к скорости звука, то вынужденная тепловая и акустическая волны будут взаимодействовать на значительных расстояниях, превышающих во много раз длину волны. Акустическая нелинейность может сильно влиять на процесс такого “синхронного” взаимодействия. Это имеет место в самых различных физических задачах и приложениях. Достаточно указать лишь группу явлений, относящихся к данному классу, таких как оптическое возбуждение звука (см. монографии и обзоры [8,17,21,25,26] и имеющиеся там ссылки), волны на поверхности жидкости [27], акустика неоднородных движущихся сред [28-36], гидродинамика плазмы и электронных потоков [37-39], и т.д.. Во всех этих случаях используется одинаковый математический аппарат - неоднородные нелинейные уравнения, описывающие возбуждение волны конечной амплитуды распределенными внешними источниками.

Как было показано еще в [28], уравнение, описывающее распространение акустических возмущений в трансзвуковой части течения газа в сопле Лаваля, может быть сведено к виду неоднородного уравнения простых волн. Подобные уравнения в более общем случае были приведены в работе [29]. Общее неявное решение в квадратурах было приведено в [30]. К сожалению это решение плохо поддается аналитическому исследованию. Для более наглядного представления о характере движения системы многих частиц в силовом поле [37] использовалась фазовая плоскость. Развитие этого представления на случай сплошной среды впервые было представлено в работе [33]. Использование фазовой плоскости позволило эффективно проанализировать взаимодействие акустической и вынужденной тепловой волн при скоростях движения источников тепла, близким к звуковым (см. [8,21] и приведенную там, а также ниже литературу). Кроме того, этот метод оказался полезным при анализе распространения акустических возмущений в неоднородных трансзвуковых областях движения сжимаемого газа.

## § 4.1. МЕТОД ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ

В том случае, когда тепловые источники движутся со скоростью, сравнимой со скоростью звука, нельзя исключать конвективные производные в уравнениях (1.1)-(1.3). Однако, в силу малости скорости собственной тепловой волны по сравнению со скоростью звуковой, можно пренебречь диффузией тепла в уравнении (1.3).

Выберем систему координат, в которой внешние источники тепла неподвижны. Тогда скорость частиц можно представить в виде

$$\mathbf{v} = \mathbf{V}_0 + \mathbf{u}, \qquad (4.1)$$

где $\mathbf{V}_0$ – скорость движения источников относительно среды, $\mathbf{u}$ – относительная скорость. Не ограничивая общности, можно направить ось $z$ по $\mathbf{V}_0$.

Будем рассматривать только случай синхронного возбуждения акустических волн тепловыми, когда скорость вынужденной тепловой волны (совпадающая со скоростью источников) близка к скорости звука:

$$\left| \frac{|\mathbf{V}_0|}{c_0} - 1 \right| << 1. \tag{4.2}$$

При этом, естественно, сохраняется ограничение

$$\frac{|\mathbf{u}|}{c_0} << 1.$$

В этом случае, исходные уравнения (с точностью до членов второго порядка малости по $\mu$) можно переписать в виде:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \mathbf{V}_0 \frac{\partial \rho'}{\partial z} + \rho_0 \, div\, \mathbf{u} = -\, div\left( \rho' \mathbf{u} \right), \tag{4.3}$$

$$\rho_0 \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{V}_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} \right) + \nabla p = -\rho' \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - \rho_0 \left( \mathbf{u} \nabla \right) \mathbf{u} - \rho' \mathbf{V}_0 \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial z} + \eta \Delta \mathbf{u} + \left( \xi + \frac{1}{3} \eta \right) grad\, div\, \mathbf{u}, \tag{4.4}$$

$$\rho_0 T_0 \left( \frac{\partial s'}{\partial t} + \mathbf{V}_0 \frac{\partial s'}{\partial z} \right) = Q, \tag{4.5}$$

$$p' = c_0^2 \rho' + \rho_0 c_0^2 \beta T_0 \frac{s'}{c_p} + \frac{c_0^2 \left( \varepsilon - 1 \right)}{\rho_0} \rho'^2 . \tag{4.6}$$

В данном случае считается, что мощность теплоподвода $Q$ также имеет “второй порядок малости” по $\mu$.

Линеаризованная система (4.3)-(4.6) может быть сведена к уравнению

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) \left[ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V}_0 \frac{\partial}{\partial z} \right) - c_0^2 \Delta \right] \rho' = \frac{c_0^2 \beta}{c_p} \Delta Q. \tag{4.7}$$

По смыслу выбора системы отсчета, движущейся вместе с источниками тепла, величина $Q$ во времени изменяется гораздо медленнее, чем по пространственным координатам.

$$Q = Q(\mu t, \mathbf{r}). \tag{4.8}$$

Поэтому в первом операторе в уравнении (4.7) производная по времени может быть опущена.

С учетом условия синхронности (4.2), оператор в квадратных скобках в (4.7)

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}_0 - c_0)\frac{\partial}{\partial z}\right)\left[\left(\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{V}_0 + c_0)\frac{\partial}{\partial z}\right) - c_0^2 \Delta\right]$$

содержит секулярную часть (первая скобка), которая может давать нарастающее со временем решение. Поэтому акустическая волна, распространяющаяся вместе с источниками, будет доминировать[31,34]. Это позволяет воспользоваться модификацией метода медленно изменяющихся амплитуд[40] с учетом квазиоптического приближения для упрощения системы (4.3)-(4.6).

Будем искать решение в виде

$$\begin{gathered}\mathbf{v} = \left\{ \mu^{3/2} u\left(\sqrt{\mu}x, \sqrt{\mu}y, z, \mu t\right), \mu^{3/2} v\left(\sqrt{\mu}x, \sqrt{\mu}y, z, \mu t\right), \right. \\ \left. V_0 + \mu w\left(\sqrt{\mu}x, \sqrt{\mu}y, z, \mu t\right)\right\}, \\ \rho = \rho_0 + \mu\rho'\left(\sqrt{\mu}x, \sqrt{\mu}y, z, \mu t\right)\end{gathered} \tag{4.9}$$

и аналогичная последней зависимость для остальных переменных. При этом предполагалось, естественно, что источники тепла $Q$ имеют аналогичную пространственно-временную структуру. Медленность изменения скорости предполагает исключение из рассмотрения акустической волны, распространяющейся навстречу источникам. Это позволяет свести систему (4.3)-(4.6) к модельному эволюционному уравнению для продольной компоненты колебательной скорости $w$[33,41]:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\frac{\partial w}{\partial t}+\left(V_0-c_0\right)\frac{\partial w}{\partial z}+\varepsilon w\frac{\partial w}{\partial z}+\frac{b}{2\rho_0}\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}+\frac{c_0\beta}{2\rho_0 c_p}Q\right]=\frac{c_0}{2}\Delta_\perp w, \qquad (4.10)$$

где $\Delta_\perp = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ – лапласиан по поперечным координатам, а $b$ – коэффициент высокочастотной диссипации. Уравнение (4.10) будет основным при исследовании возбуждения акустической волны.